Correction des exercices de révisions en mathématiques pour passer en première

Exercice 1 *Fonctions affines*

PARTIE A

1) f est une fonction affine donc $f(x)$ est de la forme $mx+p$ où m et p sont des réels à déterminer.

• Détermination de m :

$f(1) = -2$ et $f(-2) = -11$ donc $m = \dfrac{f(1) - f(-2)}{1-(-2)}$; $m = \dfrac{-2-(-11)}{3}$ soit $m = 3$.

Ainsi $f(x) = 3x + p$.

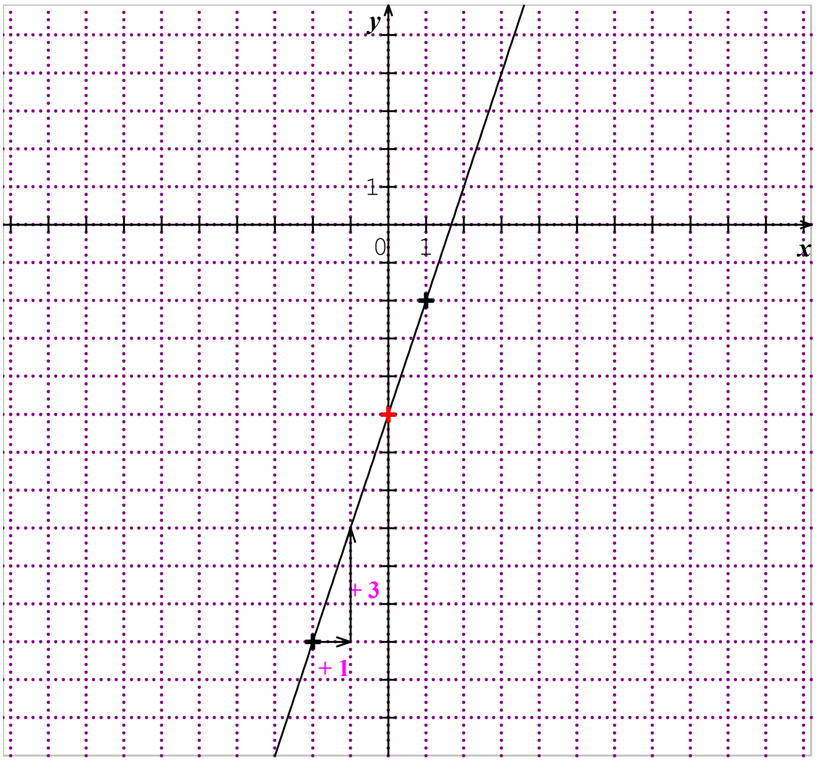
• Détermination de p :

$f(1) = -2$. Donc $3 \times 1 + p = -2$ soit $p = -2 - 3$; $p = -5$.

Conclusion : la fonction affine f telle que $f(1) = -2$ et $f(-2) = -11$ est définie par $f(x) = 3x - 5$.

2) ***Rappel** : Toute fonction affine est représentée par une droite, il suffit de placer deux points pour représenter graphiquement une telle fonction.*

f est une fonction affine telle que $f(1) = -2$ et $f(-2) = -11$ donc la droite représentant cette fonction passe par les points de coordonnées $(1 ; -2)$ et $(-2 ; -11)$.



Remarque : Sur le graphique, on retrouve les valeurs de m ($+3$ en rose) et de p (l'ordonnée du point rouge) trouvées à la question **1)**. C'est rassurant !

3) f est la fonction affine définie par $f(x) = 3x - 5$.

$3 > 0$ donc f est croissante sur $\mathbb{R}$. D'où le tableau de variations suivant :

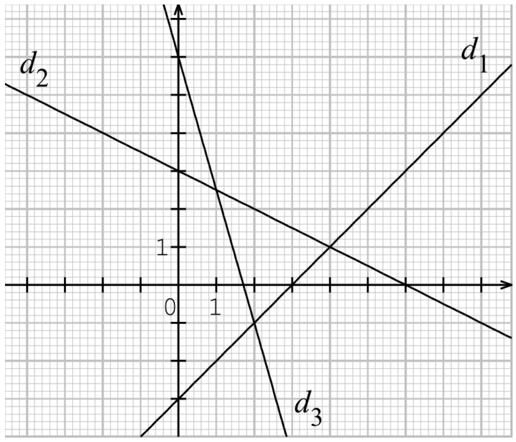
x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
Variations de f	↗

4) Pour déterminer le signe de $f(x)$, on détermine d'abord la valeur qui l'annule.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{3}$

x	$-\infty$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
Signes de $f(x)$		$-$	0	$+$	

PARTIE B



Par lecture graphique, on a :

$d_1 : y = x - 3$ $\qquad$ $d_2 : y = -\frac{1}{2}x + 3$ $\qquad$ $d_3 : y = -\frac{7}{2}x + 6.$

a) Le système (S_1) $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3 \\ y = x - 3 \end{cases}$ regroupe les équations des droites d_1 et d_2. Ces deux droites sont sécantes au point de coordonnées (4 ; 1).
Donc $S = \{(4\,;1)\}$

b) $\begin{cases} y = -\frac{7}{2}x + 6 \\ y = x - 3 \end{cases}$ $\boxed{S = \{(2\,;-1)\}}$

c) $\begin{cases} y = -\frac{7}{2}x + 6 \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases}$ $\boxed{S = \{(1\,;2{,}5)\}}$

Exercice 2 ***Résolution d'équations***

a) $4(x-1)^2 = 9 \Leftrightarrow [2(x-1)]^2 - 9 = 0$
$\Leftrightarrow (2x-2)^2 - 3^2 = 0$
$\Leftrightarrow (2x-2-3)(2x-2+3) = 0$
$\Leftrightarrow (2x-5)(2x+1) = 0$
$\Leftrightarrow 2x - 5 = 0$ ou $2x + 1 = 0$
$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$ ou $x = -\frac{1}{2}$

$S = \left\{-\frac{1}{2}\,;\frac{5}{2}\right\}$

b) $(2x+5)^2 = 3(1-x)(2x+5) \Leftrightarrow (2x+5)^2 - 3(1-x)(2x+5) = 0$
$\Leftrightarrow (2x+5)[(2x+5) - 3(1-x)] = 0$ $\qquad$ Attention au signe « – » devant une parenthèse
$\Leftrightarrow (2x+5)(2x+5-3+3x) = 0$
$\Leftrightarrow (2x+5)(5x+2) = 0$
$\Leftrightarrow 2x + 5 = 0$ ou $5x + 2 = 0$
$\Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$ ou $x = -\frac{2}{5}$

$S = \left\{-\frac{5}{2}\,;-\frac{2}{5}\right\}$

Exercice 3 ***Résolutions d'inéquations***

1. a) $A(x) = 25x^2 - 9$
$A(x) = (5x)^2 - 3^2$
$\boxed{A(x) = (5x-3)(5x+3)}$

b) $25x^2 - 9 < 5x - 3 \Leftrightarrow (5x-3)(5x+3) < 5x - 3$
$\Leftrightarrow (5x-3)(5x+3) - (5x-3) < 0$ $\qquad$ On n'oublie pas : $-(5x-3) = -1 \times (5x-3)$
$\Leftrightarrow (5x-3)[(5x+3) - 1] < 0$
$\Leftrightarrow (5x-3)(5x+2) < 0$

Le produit $(5x-3)(5x+2)$ s'annule en $\frac{3}{5}$ et en $-\frac{2}{5}$. D'où le tableau suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{2}{5}$		$\frac{3}{5}$		$+\infty$
Signe de $(5x-3)$		–		–	0	+	
Signe de $(5x+2)$		–	0	+		+	
Signe de $(5x-3)(5x+2)$		+	0	–	0	+	

Conclusion : $S = \left]-\frac{2}{5}\,;\frac{3}{5}\right[$

2. $\dfrac{3x}{x-1} \geq 4 \Leftrightarrow \dfrac{3x}{x-1} - 4 \geq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{3x-4(x-1)}{x-1} \geq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{3x-4x+4}{x-1} \geq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{-x+4}{x-1} \geq 0$

Le quotient $\dfrac{-x+4}{x-1}$ n'est pas défini en 1 ; 1 est donc la **valeur interdite**.

Ce quotient s'annule en 4 puisque $-x+4=0 \Leftrightarrow x=4$

D'où le tableau suivant :

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
Signe de $(-x+4)$		+		+	0	−	
Signe de $(x-1)$		−	0	+		+	
Signe de $\dfrac{-x+4}{x-1}$		−	||	+	0	−	

Conclusion : $S =]1\ ;\ 4]$

Exercice 4 ***Modélisation à partir d'une fonction du second degré***

1) On a : $h(t) = -2t^2 + 16t + 18$. Et :

$-2(t-4)^2 + 50 = -2(t^2 - 8t + 16) + 50$
$= -2t^2 + 16t - 32 + 50$
$= -2t^2 + 16t + 18$

$-2(t-9)(t+1) = -2(t^2 + t - 9t - 9)$
$= -2(t^2 - 8t - 9)$
$= -2t^2 + 16t + 18$

Ainsi $h(t) = -2(t-4)^2 + 50$ et $h(t) = -2(t-9)(t+1)$.

2) La fusée est lancée à l'instant $t = 0$.
A l'aide de la forme développée, on obtient $h(0) = 18$.
Donc la fusée est lancée à 18 m de hauteur.

3)

t	0	4	5
Variations de h	18 ↗	50	↘ 48

La hauteur maximale de la fusée est de 50 m.

4) On résout l'équation $h(t) = 0$. *On utilise donc la forme factorisée.*
$h(t) = 0 \Leftrightarrow -2(t-9)(t+1) = 0$
$\Leftrightarrow t-9=0$ ou $t+1=0$
$\Leftrightarrow t=9$ ou $t=-1$
Or $t > 0$. Donc la fusée serait retombée au sol 9 s après son lancement si elle n'avait pas explosé.

Exercice 5 ***Fonction du second degré, résolution d'équations et inéquations***

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{81}{8}$.
$\mathcal{P}$ est sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. a) Forme développée : $f(x) = -2x^2 + x + 10$
$f(0) = 10$. Donc $\mathcal{P}$ passe par le point de coordonnées $(0\ ;\ 10)$.

b) Forme factorisée : $f(x) = -(x+2)(2x-5)$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+2)(2x-5) = 0$

$\Leftrightarrow x + 2 = 0$ ou $2x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow x = -2$ ou $x = \frac{5}{2}$

Donc $\mathcal{P}$ passe par les points de coordonnées $(-2\,;0)$ et $(\frac{5}{2}\,;0)$.

c) Forme développée : $f(x) = 10 \Leftrightarrow -2x^2 + x + 10 = 10$

$\Leftrightarrow -2x^2 + x = 0$

$\Leftrightarrow x(-2x+1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $-2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{1}{2}$

Donc 0 et $\frac{1}{2}$ sont les antécédents de 10 par f.

2. **a)** Pour tout réel x, $f(x) - g(x) = -2x^2 + x + 10 - (x^2 + 4x - 8)$

$= -3x^2 - 3x + 18$

Et $-3(x-2)(x+3) = -3(x^2 + 3x - 2x - 6)$

$= -3x^2 - 3x + 18$

Donc pour tout réel x, $f(x) - g(x) = -3(x-2)(x+3)$.

b) **Méthode à connaître : Déterminer l'abscisse des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g revient à résoudre l'équation $f(x) - g(x) = 0$.**

$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow -3(x-2)(x+3) = 0$

$\Leftrightarrow x - 2 = 0$ ou $x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -3$

-3 et 2 sont les abscisses des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g.

c) **Méthode à connaître : Déterminer la position relative des courbes représentatives des fonctions f et g revient à déterminer le signe de la différence $f(x) - g(x)$.**

$f(x) - g(x) = -3(x-2)(x+3)$

D'après la question précédente, $f(x) - g(x)$ s'annule en -3 et 2. D'où le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
-3		$-$		$-$		$-$	
$(x-2)$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+3)$		$-$	0	$+$		$+$	
$-3(x-2)(x+3)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Conclusion :

$f(x) - g(x) < 0$ lorsque $x \in]-\infty\,; -3[\cup]2\,; +\infty[$. Donc la courbe représentative de f est en dessous de celle de g sur $]-\infty\,; -3[\cup]2\,; +\infty[$.

$f(x) - g(x) > 0$ lorsque $x \in]-3\,;2[$. Donc la courbe représentative de f est au-dessus de celle de g sur $]-3\,;2[$.

$f(x) - g(x) = 0$ lorsque $x \in \{-3\,;2\}$. Donc les courbes représentatives de f et g se coupent aux points d'abscisses -3 et 2.

Exercice 6 *Outil vectoriel*

a) Si $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{OP}$ alors **IJPO** est un parallélogramme.

b) Si $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FH}$ alors F est **le milieu** du segment [EH].

c) Si $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$ alors les segments **[AB]** et **[CD]** ont le même milieu.

d) Si la translation qui transforme M en N transforme aussi R en S, alors $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{\mathbf{NS}}$.

e) Si $\overrightarrow{TU}$ et $\overrightarrow{WV}$ sont opposés, alors $\overrightarrow{VW} = \overrightarrow{\mathbf{TU}}$.

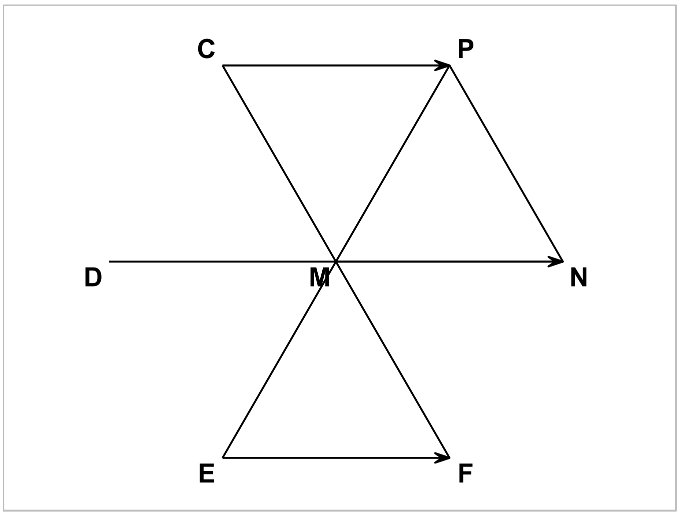
Exercice 7 *Outil vectoriel*

1. MNP et MPC sont deux triangles équilatéraux ayant le côté [MP] en commun. Donc MP = MN = PN = PC = MC.
Ainsi MNPC est un quadrilatère qui possède 4 côtés égaux.
Par conséquent, **MNPC est un losange**. D'où $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CP}$.

2. Cf. figure ci-dessous.

3. E et F sont les symétriques respectifs de P et C par rapport à M.
Donc M est le milieu des segments [EP] et [FC].
Par conséquent, **le quadrilatère CPFE est un parallélogramme**.
Ainsi $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{EF}$.

4. **a)** $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$ **b)** $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{ME} = \vec{0}$
c) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{EN}$ **d)** $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{FE}$



Exercice 8

1ère méthode : outil vectoriel

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 7-2 \\ 4-3 \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.

De même, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix}$.

On constate que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$.

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. De plus, ils ont le point A en commun.

Par conséquent, les points A, B et C sont alignés.

Remarque : *la colinéarité peut aussi se justifier en montrant que le déterminant des 2 vecteurs est nul.*

2ème méthode : coefficient directeur de droites

• $x_A \neq x_B$ donc la droite (AB) représente une fonction affine.

Ainsi son coefficient directeur est : $\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3-4}{2-7} = \frac{1}{5}$.

• $x_A \neq x_C$ donc la droite (AC) représente une fonction affine.

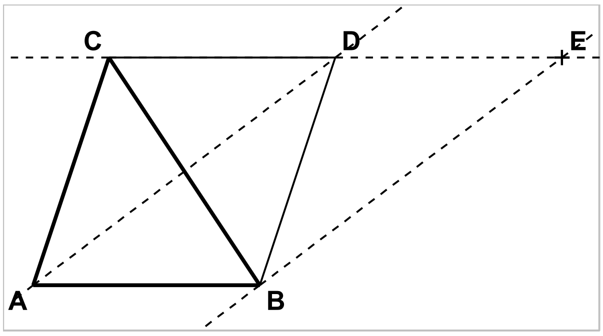
Ainsi son coefficient directeur est : $\frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{3-5}{2-12} = \frac{1}{5}$.

Les droites (AB) et (AC) ont le même coefficient directeur, elles sont donc parallèles. De plus, elles ont le point A en commun.

Par conséquent, les points A, B et C sont alignés.

Exercice 9 ***Outil vectoriel***

1)



2) $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D'après la relation de Chasles, on a : $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Donc $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{AB}$.

De plus, ABDC est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Ainsi $\underline{\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{CD}}$.

Par conséquent, les **vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{CD}$** sont **colinéaires**.

Donc les points C, E et D sont alignés.

3) On a démontré que $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{CD}$. Donc D est le milieu de [CE].

Par conséquent $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DE}$.

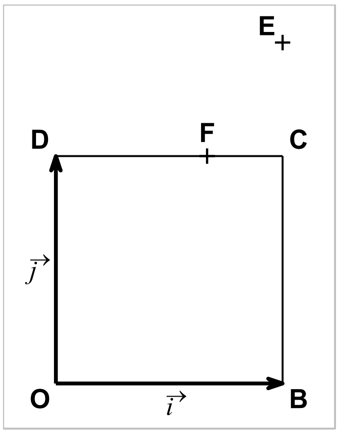
De plus $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ puisque ABDC est un parallélogramme.

Donc $\underline{\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DE}}$.

Ainsi **ABED est un parallélogramme**. Donc (AD) est parallèle à (BE).

Exercice 10 ***Outil vectoriel***

1) On considère un carré OBCD. $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$



2) On pose $\vec{i} = \overrightarrow{OB}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{OD}$ puis on se place dans le repère (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$).

a) Dans le repère (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$), on a : O(0 ; 0), B(1 ; 0), D(0 ; 1) et C(1 ; 1).

b) **Méthode à connaître : Pour déterminer les coordonnées du points E dans le repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$), il suffit d'exprimer le vecteur $\overrightarrow{OE}$ en fonction des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$. Les coefficients se trouvant devant les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ correspondent respectivement à l'abscisse et à l'ordonnée du point E.**

• D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CE}$.

OBCD est un carré. Donc $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OD}$.

Ainsi $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$

$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{OD}$

$\overrightarrow{OE} = \vec{\imath} + \frac{3}{2}\vec{\jmath}$

Donc E a pour coordonnées $\left(1\ ;\ \frac{3}{2}\right)$.

• D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CF}$.

Ainsi $\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

OBCD étant un carré, on a $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BO} = -\overrightarrow{OB}$.

D'où $\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$

$\overrightarrow{OF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$

$\overrightarrow{OF} = \frac{2}{3}\vec{\imath} + \vec{\jmath}$

Donc F a pour coordonnées $\left(\frac{2}{3}\ ;\ 1\right)$.

c) E et F ont pour coordonnées respectives $\left(1\ ;\ \frac{3}{2}\right)$ et $\left(\frac{2}{3}\ ;\ 1\right)$ dans le repère $(O\ ;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Donc $\overrightarrow{OE}\begin{pmatrix}1\\ 3/2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OF}\begin{pmatrix}2/3\\ 1\end{pmatrix}$.

On constate que $\overrightarrow{OF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OE}$. Donc $\overrightarrow{OE}$ et $\overrightarrow{OF}$ sont colinéaires.

d) $\overrightarrow{OE}$ et $\overrightarrow{OF}$ sont colinéaires et ont le point O en commun. Donc les points O, E et F sont alignés.

Exercice 11 *Probabilités*

1.

	colliers	**bracelets**	**boucles d'oreilles**	**total**
argentés	$200 \div 2 = 100$	$\frac{75}{100} \times 200 = 150$	$300 - 250 = 50$	$\frac{60}{100} \times 500 = 300$
dorés	100	$200 - 150 = 50$	$100 - 50 = 50$	$500 - 300 = 200$
total	$\frac{40}{100} \times 500 = 200$	$\frac{40}{100} \times 500 = 200$	$\frac{20}{100} \times 500 = 100$	500

2. **a)** 60 % des bijoux fabriqués sont argentés donc $P(A) = 0{,}6$.

b) 40 % des bijoux fabriqués sont des bracelets donc $P(B) = 0{,}4$.

3. **a)** $A \cap B$: « le bijou pris est un bracelet argenté ».

$P(A \cap B) = \frac{150}{500}$ soit $P(A \cap B) = 0{,}3$.

b) $A \cup B$: « le bijou pris est un bracelet ou est argenté ».

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = 0{,}6 + 0{,}4 - 0{,}3$

$P(A \cup B) = 0{,}7$

c) $\bar{A}$: « le bijou pris n'est pas argenté ».

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

$P(\bar{A}) = 1 - 0{,}6$

$P(\bar{A}) = 0{,}4$

<u>Exercice 12</u> ***Statistiques***

1) **a)** La population étudiée est les 250 pièces de tissu fabriquées par une entreprise artisanale.
Le caractère étudié est la longueur (en m) des pièces de tissu.

b) Il s'agit d'un caractère quantitatif continu dont les classes n'ont pas la même amplitude.

c) 32 – 20 = 12. $\boxed{\text{12 m est l'étendue de ce caractère}}$.

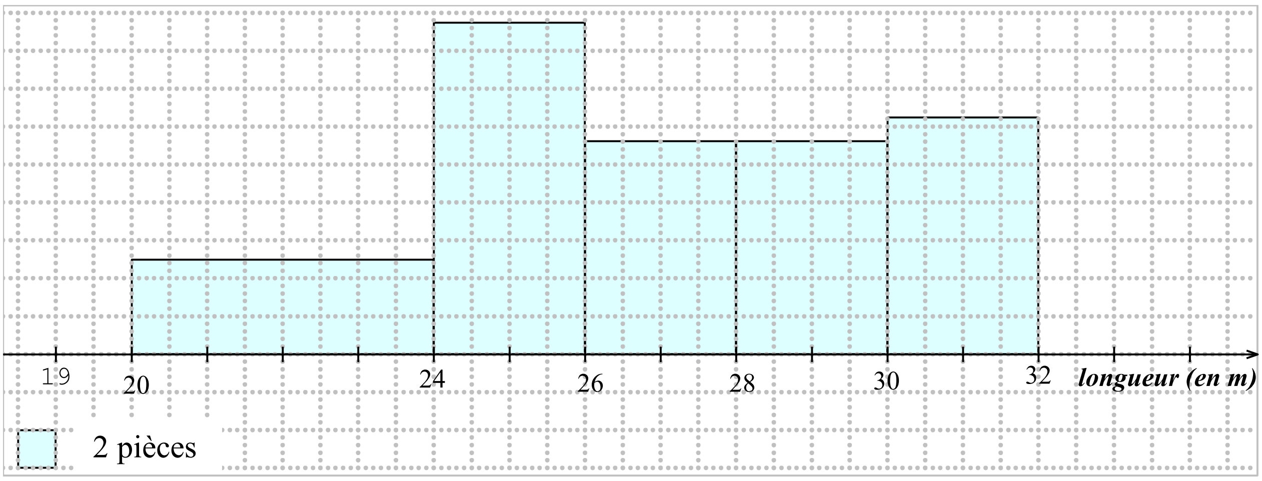
2) $\bar{x} = \frac{1}{N}(n_1x_1 + n_2x_2 + \ldots + n_5x_5)$ où x_i est le centre de la classe de la $i^{ème}$ modalité ; n_i l'effectif associé et N est l'effectif total.

$$\bar{x} = \frac{22 \times 40 + 25 \times 70 + 27 \times 45 + 29 \times 45 + 31 \times 50}{250}$$

$\bar{x} = 26{,}8$

$\boxed{\text{La longueur moyenne des pièces de tissu est égale à 26,8 m}}$.

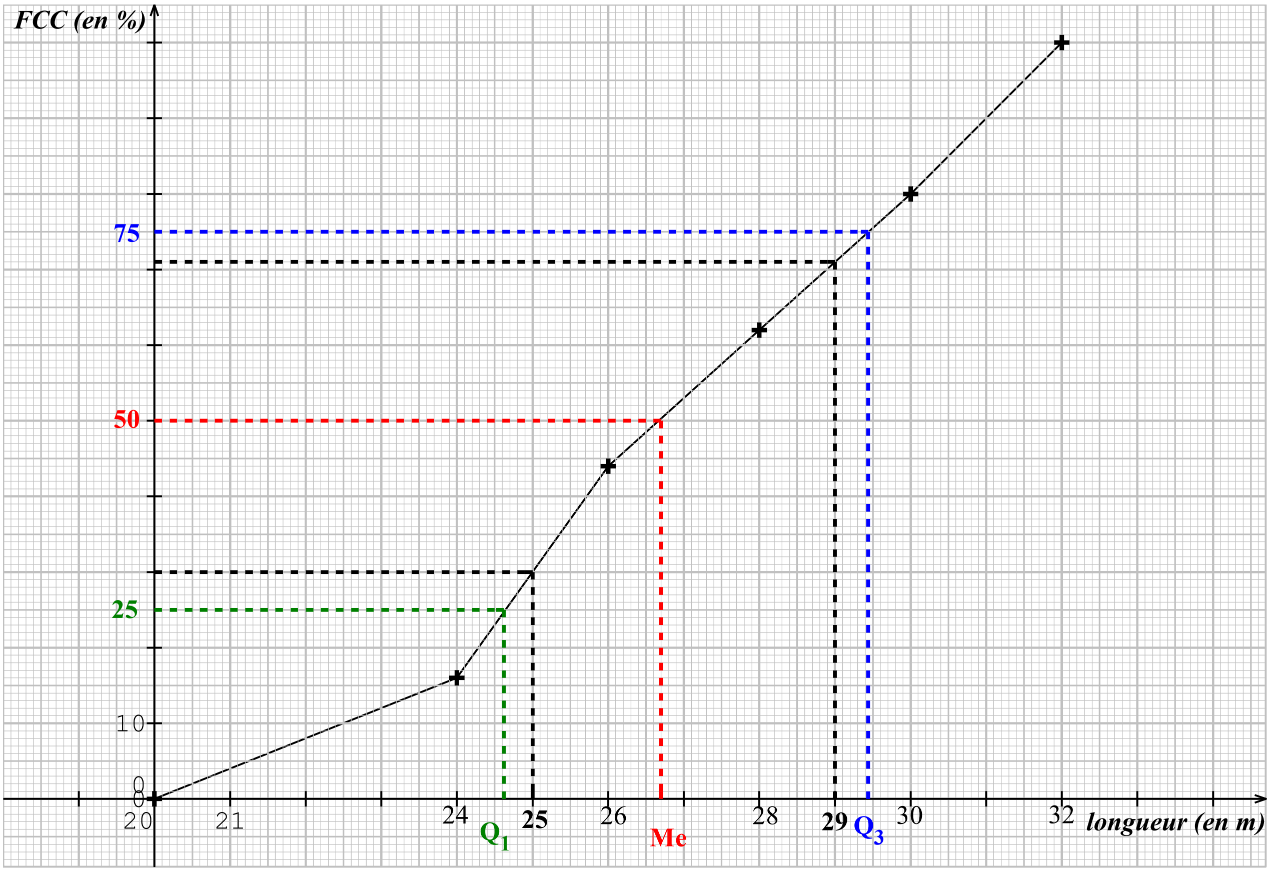
3) <u>Histogramme représentant la série statistique</u> :



4) **a)** <u>Tableau des fréquences cumulées croissantes</u> :

Longueur (en m) ≤	20	24	26	28	30	32
FCC	0	$\frac{40}{250} = 0{,}16$	$\frac{40+70}{250} = 0{,}44$	$\frac{110+45}{250} = 0{,}62$	$\frac{155+45}{250} = 0{,}8$	$\frac{200+50}{250} = 1$

b) <u>Polygone des fréquences cumulées croissantes</u> :



c) La médiane est l'abscisse du point polygone des fréquences cumulées croissantes d'ordonnée 50 %.
On lit : Me ≈ 26,7 m.

Les 1^er^ et 3^ème^ quartiles sont les abscisses respectives des points du polygone des fréquences cumulées croissantes d'ordonnée 25 % et 75 %.
On lit : Q_1 ≈ 24,6 m et Q_3 ≈ 29,4 m.

d) Interprétation des résultats de la question **4c)** :

• médiane : Au moins 50 % des pièces de tissu ont une longueur inférieure ou égale à 26,7 m et au moins 50 % des pièces de tissu ont une longueur supérieure ou égale à 26,7 m.
• 1^er^ quartile : Au moins 25 % des pièces de tissu ont une longueur inférieure ou égale à 24,6 m et au moins 75 % des pièces de tissu ont une longueur supérieure ou égale à 24,6 m.
• 3^ème^ quartile : Au moins 75 % des pièces de tissu ont une longueur inférieure ou égale à 29,4 m et au moins 25 % des pièces de tissu ont une longueur supérieure ou égale à 29,4 m.

4. a) Par lecture graphique, environ 71 % des pièces de tissu ont une longueur inférieure à 29 m.

b) Par lecture graphique, environ 70 % des pièces de tissu ont une longueur supérieure à 25 m.

Exercice 13 *Équations de droites*

Dans un repère orthonormé, d est la droite d'équation $-7x - 2y - 10 = 0$.

		A	B	C	D
1	La droite d passe par le point de coordonnées …	$(5\,;0)$	$(0\,;5)$	$\left(0\,;-\frac{10}{7}\right)$	$\left(-\frac{10}{7}\,;0\right)$
2	Les coordonnées d'un vecteur directeur de d sont …	$(-7\,;-2)$	$(-2\,;-7)$	$(2\,;-7)$	$(2\,;7)$
3	La pente de d est …	$\frac{7}{2}$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{2}{7}$	$-\frac{2}{7}$
4	L'équation réduite de d est …	$y=\frac{-2}{7}x-\frac{10}{7}$	$y=-\frac{7}{2}x-10$	$y=-\frac{7}{2}x-5$	$2y=-7x-10$
5	Une autre équation cartésienne de d est …	$7x+2y-10=0$	$14x+4y+20=0$	$-2x-7y-10=0$	$-7x-2y=0$

Exercice 14 *Équations de droites*

Dans chaque cas, donner la (ou les) réponse(s) exacte(s) sans justifier.

Dans un repère orthonormé, d_1 : $-3x-5y+36=0$ et d_2 : $6x+10y-20=0$ sont deux droites.

(S) est le système $\begin{cases}-3x-5y+36=0\\6x+10y-20=0\end{cases}$.

		A	B	C	D
1	Un point de d_1 est …	A $\left(0\,;\frac{36}{5}\right)$	B $\left(5\,;\frac{21}{5}\right)$	C $(-7\,;11)$	D $(-3\,;9)$
2	Un vecteur directeur de d_2 est …	$\overrightarrow{u_1}\,(1\,;-0{,}6)$	$\overrightarrow{u_2}\,(5\,;-3)$	$\overrightarrow{u_3}\,(100\,;-6)$	$\overrightarrow{u_4}\,(15\,;-9)$
3	Le système (S) …	n'a aucun couple solution	a un seul couple solution	a deux couples solutions	a une infinité de couples solution
4	Les droites d_1 et d_2 sont …	$y=\frac{-2}{7}x-\frac{10}{7}$	$y=-\frac{7}{2}x-10$	$y=-\frac{7}{2}x-5$	$2y=-7x-10$

Exercice 15 *Équations de droites et système*

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse en justifiant.

(S) est le système $\begin{cases}3x-2y-12=0\\2x-7y+26=0\end{cases}$

Affirmations :

1. Le couple (10 ; 9) vérifie la première équation : **affirmation vraie**.
En effet, $3\times10-2\times9-12=30-18-12=0$.

2. Le couple (10 ; 9) est solution du système. : **affirmation fausse**.
En effet, $2\times10-7\times9+26=20-63+26=-17$. Et $-17\neq0$.
Donc le couple (10 ; 9) ne vérifie pas la 2ème équation.
Ainsi le couple (10 ; 9) n'est pas solution du système.

3. Le système (S) a une infinité de couples solutions : **affirmation fausse**.
En effet, (10 ; 9) n'est pas solution du système. Donc le système (S) n'admet pas une infinité de solution.

4. Un couple $(8\,;n)$ où n est un nombre entier, est l'unique solution du système : **affirmation vraie.**

***1ère méthode* :**
En effet, puisque le système (S) n'a pas une infinité de solution. Soit il n'en a pas, soit il en a une seule.
Remplaçons x par 8 dans chaque des équations afin de déterminer la valeur de y.
$3\times8-2y-12=0 \Leftrightarrow 2y=12 \Leftrightarrow y=6$
$2\times8-7y+26=0 \Leftrightarrow -7y=-42 \Leftrightarrow y=6$
Donc le couple (8 ; 6) est une solution du système (S) et elle est unique de par la remarque faite ci-dessus.
Ainsi un couple $(8\,;n)$ où n est un nombre entier, est l'unique solution du système.

***2ème méthode* : On résout le système par combinaisons linéaires**

$$\begin{cases}3x-2y-12=0 & (E_1)\\2x-7y+26=0 & (E_2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6x-4y-24=0 & 2(E_1)\\6x-21y+78=0 & 3(E_2)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}17y-102=0 & 2(E_1)-3(E_2)\\3x-2y-12=0 & (E_1)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}17y-102=0\\3x-2y-12=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}y=\frac{102}{17}=6\\3x-2\times6-12=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}y=6\\x=8\end{cases}$$

Donc $S=\{(8\,;6)\}$. Ainsi un couple $(8\,;n)$ où n est un nombre entier, est l'unique solution du système.

5. Dans un repère orthonormé, les droites d'équations $3x - 2y - 12 = 0$ et $2x - 7y + 26 = 0$ sont sécantes : **affirmation vraie**.

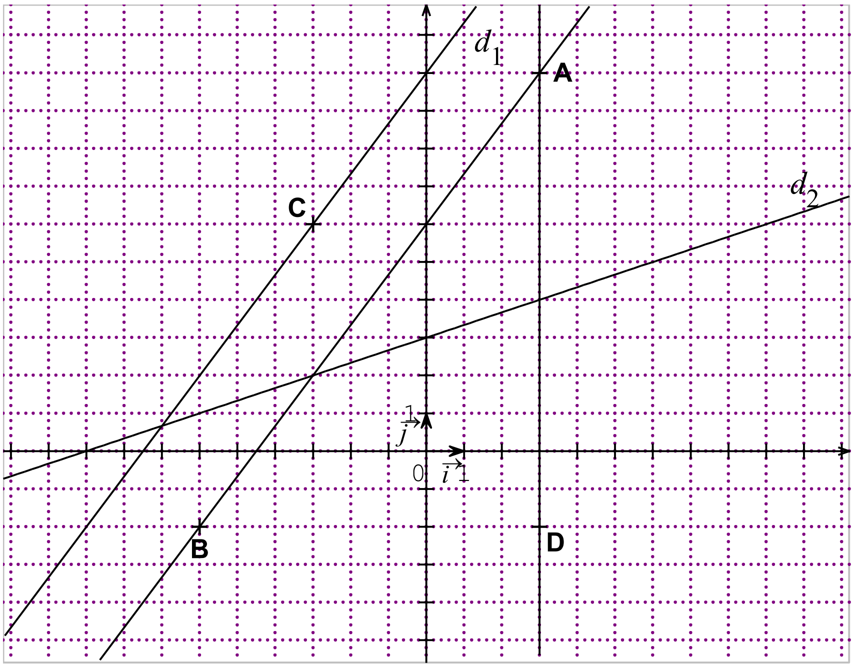
1ère méthode : d'après la question précédente, on sait que le système (S) admet un unique couple solution. Géométriquement, cela signifie que les droites sont sécantes.

2ème méthode :
On a : $3 \times (-7) - 2 \times (-2) = -21 + 4 = -17$. Et $-17 \neq 0$
Donc les droites d'équations $3x - 2y - 12 = 0$ et $2x - 7y + 26 = 0$ sont sécantes.
On applique la propriété suivante :

Soient deux droites d et d' d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ où a, b, c, a', b' et c' sont des réels.
Les droites $\boldsymbol{d}$ **et** $\boldsymbol{d'}$ **sont sécantes** si, et seulement si, $\boldsymbol{ab' - a'b \neq 0}$.

Exercice 16 *Equations de droites et système*

1. 5.



2. a) $x_A \neq x_B$ donc l'équation réduite de la droite (AB) est de la forme $y = mx + p$.

• Détermination du coefficient directeur m :
$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$ soit $m = \frac{10 - (-2)}{3 - (-6)}$; $m = \frac{12}{9}$; $m = \frac{4}{3}$.
Ainsi (AB) : $y = \frac{4}{3}x + p$.

• Détermination de l'ordonnée à l'origine p :
$A \in (AB)$ donc $y_A = \frac{4}{3}x_A + p$.
Ainsi $p = y_A - \frac{4}{3}x_A$; $p = 10 - \frac{4}{3} \times 3$; $p = 6$.

Conclusion : l'équation réduite de la droite (AB) est $y = \frac{4}{3}x + 6$.

b) $4x - 3y = -18 \Leftrightarrow 4x + 18 = 3y$
$\Leftrightarrow y = \frac{4x + 18}{3}$
$\Leftrightarrow y = \frac{4}{3}x + 6$

Ainsi l'équation proposée par le logiciel est équivalente à celle trouvée à la question **1a)**.

3. • La droite d_1 parallèle à (AB), donc d_1 a le même coefficient directeur que la droite (AB).

Ainsi une équation de la droite d_1 est de la forme $y = \frac{4}{3}x + p$.

• $\mathrm{C} \in d_1$ donc $y_{\mathrm{C}} = \frac{4}{3}x_{\mathrm{C}} + p$.

Ainsi = $y_{\mathrm{C}} - \frac{4}{3}x_{\mathrm{C}}$; $p = 6 - \frac{4}{3}\times(-3)$; $p = 10$.

Conclusion : l'équation réduite de la droite d_1 est $y = \frac{4}{3}x + 10$.

4. $x_{\mathrm{A}} = x_{\mathrm{D}}$ donc (AD) est une droite verticale.

Ainsi (AD) a pour équation $x = 3$.

6. a)

$$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x + 6 \\ y = \frac{1}{3}x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}x + 6 = \frac{1}{3}x + 3 \\ y = \frac{1}{3}x + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}x = -6 + 3 \\ y = \frac{1}{3}x + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = \frac{1}{3}\times(-3) + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$$

$S = \{(-3 ; 2)\}$.

b) Le couple solution (– 3 ; 2) représente les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et d_2.

Exercice 17 *Équations de droites et algorithme*

1.

Python	**Langage naturel**
def position(m,p,xA,yA,xB,yB)	Variables (m,p,xA,yA,xB,yB)
m2=$(\mathrm{yB}-\mathrm{yA})/(\mathrm{xB}-\mathrm{xA})$	m2=$(\mathrm{yB}-\mathrm{yA})/(\mathrm{xB}-\mathrm{xA})$
if m= =m2 :	if m=m2
print("(AB) et *d* sont parallèles")	then
else :	afficher "(AB) et *d* sont parallèles"
print("(AB) et *d* sont sécantes")	else
	afficher "(AB) et *d* sont sécantes"
	FinSi

2. Programmation de l'algorithme.

3. On donne d : $y = 3x + 8$, A(1 ; 2) et B(2 ; 3). L'algorithme affiche (AB) et d sont sécantes.

4. On donne d : $y = 5 + 2x$, A(3 ; 6) et B(2 ; 8). L'algorithme affiche (AB) et d sont parallèles.

5. On donne d : $y = 5$, A(– 5 ; 5), B(5 ; – 5) et C(5 ; 5).

a) L'algorithme indique que les droites d et (AB) sont sécantes.

b) L'algorithme indique que les droites d et (AC) sont parallèles.

Exercice 18 *Mise en équation et système*

Soit x le prix d'un croissant et y celui d'un pain au chocolat.

Le problème se traduit par le système suivant : $\begin{cases} 2x + 4y = 6{,}90 \\ 3x + y = 4{,}10 \end{cases}$.

Remarque **:** puisque $2 \times 1 - 3 \times 4 \neq 0$, le système admet une unique solution.

En résolvant le système par substitution, on obtient :

$$\begin{cases} 2x + 4y = 6{,}90 \\ 3x + y = 4{,}10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4{,}10 - 3x \\ 2x + 4 \times (4{,}10 - 3x) = 6{,}90 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 4{,}10 - 3x \\ -10x = 6{,}90 - 16{,}40 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -10x = -9{,}5 \\ y = 4{,}10 - 3x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0{,}95 \\ y = 4{,}10 - 3 \times 0{,}95 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0{,}95 \\ y = 1{,}25 \end{cases}$$

Donc $S = \{(0{,}95\,;1{,}25)\}$.

$\boxed{\text{Ainsi un croissant coûte 0,95 € et un pain au chocolat coûte 1,25}}$ €.

$9 \times 0{,}95 + 7 \times 1{,}25 = 17{,}30$. Gaëlle va donc devoir payer 17,30 €.

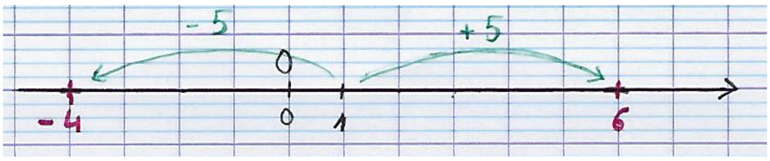
Exercice 19 *(facultatif)* ***Manipuler les valeurs absolues***

1. Dans cette question, on applique la définition de la valeur absolue d'un nombre : $\boxed{|x| = \begin{cases} x \text{ lorsque } x \geq 0 \\ -x \text{ lorsque } x \leq 0 \end{cases}}$

$|6 - 2\pi| = 2\pi - 6$ car $6 - 2\pi < 0$; $\dfrac{|-2|}{|-5+1|} = \dfrac{2}{|-4|} = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$; $|2\sqrt{2} - \sqrt{3}| = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ car $2\sqrt{2} - \sqrt{3} > 0$;

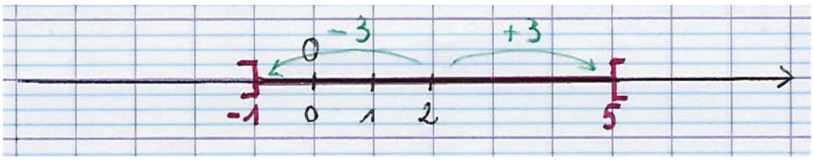
$|-13 - 8| = |-21| = 21$; $|19 - 11| - |-14 + 1| = |8| - |-13| = 8 - 13 = -5$.

2. a) $|x - 1| = 5$ signifie que la distance entre x et 1 est égale à 5.



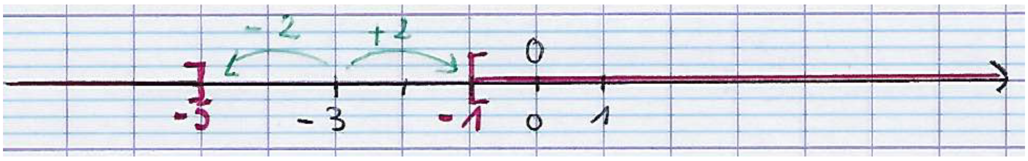
Ainsi l'ensemble solution est : $\{-4\,; 6\}$.

b) $|x - 2| < 3$ signifie que la distance entre x et 2 est strictement inférieure à 3.



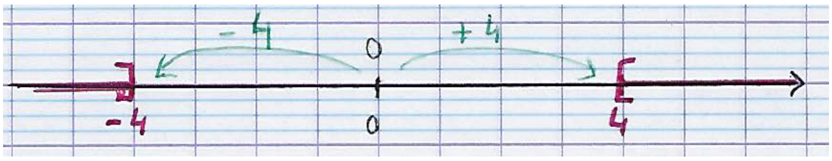
Ainsi l'ensemble solution est : $]-1\,; 5[$.

c) $|x + 3| \geq 2 \Leftrightarrow |x - (-3)| \geq 2$ signifie que la distance entre x et (-3) est supérieure ou égale à 2.



Ainsi l'ensemble solution est :$]-\infty\,; -5] \cup [-1\,; +\infty[$.

d) $|x| \geq 4$ signifie que la distance entre x et 0 est supérieure ou égale à 4.



Ainsi l'ensemble solution est : $]-\infty\,;-4] \cup [4\,;+\infty[$

3. Compléter :

a) $x \in]-1\,;7[$ signifie que $|x - 3| < 4$

b) $x \in [-2\,;8]$ signifie que $|x - 3| \leq 5$

c) $x \in [-4\,;3]$ signifie que $|x + 0{,}5| \leq 3{,}5$

d) $x \in]-5\,;-3[$ signifie que $|x + 4| < 1$

e) $x \in]-\infty\,;1[\cup]3\,;+\infty[$ signifie que $|x - 2| > 1$

f) $x \in]-\infty\,;2] \cup [10\,;+\infty[$ signifie que $|x - 6| \geq 4$