Exercices de révisions pour les élèves ayant choisi la spécialité mathématiques en première

Exercice 1 ***Fonctions affines***

Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A

1) Déterminer, en justifiant, la fonction affine f telle que $f(1) = -2$ et $f(-2) = -11$.

2) Représenter cette fonction affine.

3) Déterminer son tableau de variations.

4) Déterminer son tableau de signes.

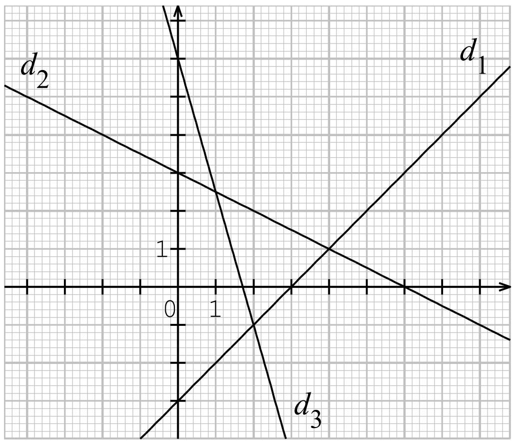
PARTIE B

A l'aide du graphique ci-contre, donner les solutions des systèmes suivants :

a) $(S_1) : \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3 \\ y = x - 3 \end{cases}$

b) $(S_2) : \begin{cases} y = -\frac{7}{2}x + 6 \\ y = x - 3 \end{cases}$

c) $(S_3) : \begin{cases} y = -\frac{7}{2}x + 6 \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases}$



Exercice 2 ***Résolution d'équations***

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : **a)** $4(x-1)^2 = 9$ **b)** $(2x+5)^2 = 3(1-x)(2x+5)$

Exercice 3 ***Résolutions d'inéquations***

1. **a)** Factoriser l'expression $A(x) = 25x^2 - 9$.

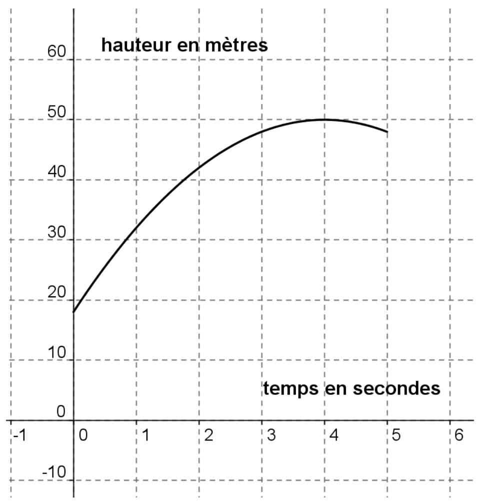
b) En déduire la résolution de l'inéquation : $25x^2 - 9 < 5x - 3$.

2. Résoudre l'inéquation : $\dfrac{3x}{x-1} \geq 4$.

Exercice 4 ***Modélisation à partir d'une fonction du second degré***

On modélise la trajectoire d'une fusée de feu d'artifice par l'arc de parabole représenté ci-contre.
La fusée explose 5 secondes après son lancement.

On note h la fonction qui exprime la hauteur de la fusée en fonction du temps dont les trois formes sont données ci-dessous.



Forme développée	$h(t) = -2t^2 + 16t + 18$
Forme canonique	$h(t) = -2(t-4)^2 + 50$
Forme factorisée	$h(t) = -2(t-9)(t+1)$

1) Vérifier les résultats donnés par le logiciel de calcul formel.

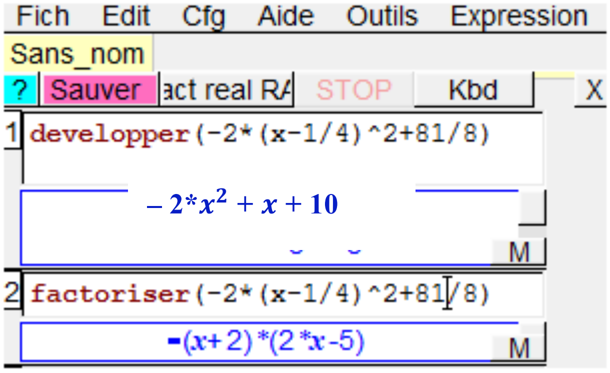
2) De quelle hauteur est lancée la fusée ? (Justifier)

3) Donner le tableau de variations de h. Quelle hauteur maximale va-t-elle atteindre ?

4) Si la fusée n'avait pas explosé, combien de temps après son lancement serait-elle retombée au sol ?

Exercice 5 ***Fonction du second degré, résolution d'équations et inéquations***

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{81}{8}$.
$\mathcal{P}$ est sa courbe représentative dans un repère orthogonal.



1. L'écran ci-contre a été obtenu avec le logiciel de calcul formel Xcas. En utilisant la forme la mieux adaptée de $f(x)$, répondre aux questions suivantes :
   a) En quel point la courbe $\mathcal{P}$ coupe-t-elle l'axe des ordonnées ?
   b) En quels points la courbe $\mathcal{P}$ coupe-t-elle l'axe des abscisses ?
   c) Déterminer les antécédents de 10 par f.

2. On considère g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 + 4x - 8$.
   a) Montrer, que pour tout réel x, on a l'égalité : $f(x) - g(x) = -3(x-2)(x+3)$.
   b) Déterminer, par le calcul, l'abscisse des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g.
   c) Déterminer, par le calcul, la position relative des courbes représentatives des fonctions f et g.

Exercice 6 ***Outil vectoriel***

Compléter les phrases suivantes :

a) Si $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{OP}$ alors ……………… est un parallélogramme.

b) Si $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FH}$ alors F est …………………… du segment [EH].

c) Si $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$ alors les segments ……….. et ……….. ont le même milieu.

d) Si la translation qui transforme M en N transforme aussi R en S, alors $\overrightarrow{MR}$ = ………..

e) Si $\overrightarrow{TU}$ et $\overrightarrow{WV}$ sont opposés, alors $\overrightarrow{VW}$ = ………..

Exercice 7 ***Outil vectoriel***

On complétera la construction sur la figure donnée ci-dessous en laissant apparents les traits de construction.

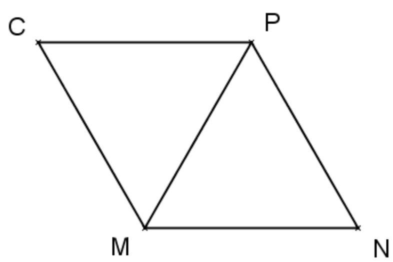
Soient MNP et MPC deux triangles équilatéraux.

1. Démontrer que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CP}$.

2. Construire les points D, E et F symétriques respectifs de N, P et C par rapport à M.

3. Démontrer que $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{EF}$.

4. Compléter les égalités suivantes en n'utilisant que des noms de points présents sur la figure :
   a) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MC} =$ …………… **b)** $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{ME} =$ ……………
   c) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} =$ …………… **d)** $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{EM} =$ ……………



Exercice 8

Soit $(O\ ;\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ un repère, on considère les points A (2 ; 3), B (7 ; 4) et C (12 ; 5).
Les points A, B et C sont-ils alignés ? (Justifier)

Exercice 9 ***Outil vectoriel***

Soit ABC un triangle. On considère le point D tel que ABDC soit un parallélogramme et E tel que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

1) Faire une figure.
2) Démontrer que C, D et E sont alignés.
3) Démontrer que (BE) // (AD).

Exercice 10 ***Outil vectoriel***

On considère un carré OBCD.

1) Construire les point E et F tels que $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

2) On pose $\vec{\imath} = \overrightarrow{OB}$ et $\vec{\jmath} = \overrightarrow{OD}$ puis on se place dans le repère $(O\ ;\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
   a) Donner les coordonnées de O, B, D et C dans $(O\ ;\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
   b) Calculer les coordonnées de E et F dans $(O\ ;\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
   c) Démontrer que $\overrightarrow{OE}$ et $\overrightarrow{OF}$ sont colinéaires.
   d) Que peut-on en déduire ?

Exercice 11 ***Probabilités***

Une étudiante fabrique chaque semaine un petit stock de 500 bijoux fantaisie qu'elle vend en fin de semaine.
Sa production hebdomadaire se répartit comme suit : 20 % de boucles d'oreilles, 40 % de colliers et 40 % de bracelets.
Chaque bijou est réalisé soit en métal argenté, soit en métal doré. 60 % des bijoux fabriqués sont argentés.
Elle fabrique autant de colliers argentés que de colliers dorés. 75 % des bracelets sont argentés.

1. Compléter le tableau suivant :

	colliers	**bracelets**	**boucles d'oreilles**	**total**
argentés				
dorés				
total				500

2. Pour se rendre à son lieu de vente, elle range sa production en vrac dans sa mallette. Elle prend au hasard un bijou dans sa mallette. On suppose que tous les choix sont équiprobables.
Calculer la probabilité des événements suivants :
   a) A : « le bijou pris est argenté »
   b) B : « le bijou pris est un bracelet »

3. **a)** Que représente l'événement $A \cap B$. ? Calculer sa probabilité.
   b) Que représente l'événement $A \cup B$. ? Calculer sa probabilité.
   c) Que représente l'événement $\overline{A}$? Calculer sa probabilité.

Exercice 12 ***Statistiques***

Un apiculteur amateur a fait le bilan en 2010 de la production de miel de ses ruches. Pour chacune d'elles, il a noté la quantité de miel produite (en kg). Il obtient les résultats suivants :

Production de miel (en kg)	18	20	21	22	23	24	26	28
Nombre de ruches	2	4	4	3	1	3	1	3

1) Déterminer la médiane et les quartiles de cette série.
2) Calculer :
   a) La quantité totale de miel produite.
   b) La production moyenne par ruche (arrondir à 0,01)

Exercice 13 ***Pourcentages***

Pour le QCM suivant, pour chaque question, une seule réponse est correcte.

1) le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 12% suivie d'une baisse de 7 % est :
   (ou le prix d'un vase a augmenté de 12% puis a baissé de 7 %.le prix est alors multiplié par :)

   a) 1,416 b) 1,1984 c) 1,0416

2) Après une hausse de 30%, une baisse de 20% puis une baisse de 10% le taux d'évolution global est :

   a) – 6,4% b) – 0,64% c) 93,6%

3) le taux réciproque correspondant à une baisse de 20 % est :
   (ou prix d'une veste a baissé de 20 % .pour retrouver son prix initial , on doit lui appliquer une hausse de :)

   a) 22,5% b) 25% c) 20%

4) Après une hausse de 25 %, le prix d'un objet est égal à 27,5 €. Quel était son prix initial ?

   a) 22€ b) 25€ c) environ 34,3 €

Exercice 14 ***Équations de droites***

Dans chaque cas, donner la réponse exacte sans justifier.

Dans un repère orthonormé, d est la droite d'équation $-7x-2y-10=0$.

		A	B	C	D
1	La droite d passe par le point de coordonnées …	$(5\,;0)$	$(0\,;5)$	$\left(0\,;-\frac{10}{7}\right)$	$\left(-\frac{10}{7}\,;0\right)$
2	Les coordonnées d'un vecteur directeur de d sont …	$(-7\,;-2)$	$(-2\,;-7)$	$(2\,;-7)$	$(2\,;7)$
3	La pente de d est …	$\frac{7}{2}$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{2}{7}$	$-\frac{2}{7}$
4	L'équation réduite de d est …	$y=\frac{-2}{7}x-\frac{10}{7}$	$y=-\frac{7}{2}x-10$	$y=-\frac{7}{2}x-5$	$2y=-7x-10$
5	Une autre équation cartésienne de d est …	$7x+2y-10=0$	$14x+4y+20=0$	$-2x-7y-10=0$	$-7x-2y=0$

<u>Exercice 15</u> *Équations de droites*

Dans chaque cas, donner la (ou les) réponse(s) exacte(s) sans justifier.

Dans un repère orthonormé, d_1 : $-3x-5y+36=0$ et d_2 : $6x+10y-20=0$ sont deux droites.

(S) est le système $\begin{cases}-3x-5y+36=0\\6x+10y-20=0\end{cases}$.

		A	B	C	D
1	Un point de d_1 est …	A $\left(0\,;\,\frac{36}{5}\right)$	B $\left(5\,;\,\frac{21}{5}\right)$	C $(-7\,;\,11)$	D $(-3\,;\,9)$
2	Un vecteur directeur de d_2 est …	$\overrightarrow{u_1}\,(1\,;\,-0{,}6)$	$\overrightarrow{u_2}\,(5\,;\,-3)$	$\overrightarrow{u_3}\,(100\,;\,-6)$	$\overrightarrow{u_4}\,(15\,;\,-9)$
3	Le système (S) …	n'a aucun couple solution	a un seul couple solution	a deux couples solutions	a une infinité de couples solution
4	Les droites d_1 et d_2 sont …	$y=\frac{-2}{7}x-\frac{10}{7}$	$y=-\frac{7}{2}x-10$	$y=-\frac{7}{2}x-5$	$2y=-7x-10$

<u>Exercice 16</u> *Équations de droites et système*

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse en justifiant.

(S) est le système $\begin{cases}3x-2y-12=0\\2x-7y+26=0\end{cases}$

<u>Affirmations</u> :

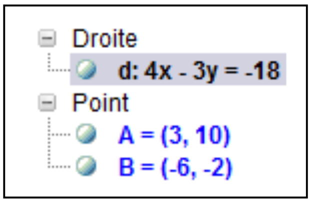
1. Le couple $(10\,;\,9)$ vérifie la première équation.
2. Le couple $(10\,;\,9)$ est solution du système.
3. Le système (S) a une infinité de couples solutions.
4. Un couple $(8\,;\,n)$ où n est un nombre entier, est l'unique solution du système.
5. Dans un repère orthonormé, les droites d'équations $3x-2y-12=0$ et $2x-7y+26=0$ sont sécantes.

<u>Exercice 17</u> *Équations de droites et système*

On se place dans un repère $(O\,;\,\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$ et on considère les points $A(3\,;\,10)$, $B(-6\,;\,-2)$, $C(-3\,;\,6)$ et $D(3\,;\,-2)$.

1. Faire une figure que vous compléterez au fur et à mesure de l'exercice.

2. **a)** Déterminer, par le calcul, l'équation réduite de la droite (AB).
b) En devoir à la maison, le professeur a demandé une équation de la droite (AB).
Matthieu est interrogé et propose comme équation $4x-3y=-18$.
Le professeur lui dit que c'est juste mais que ce n'est pas lui qui a fait les calculs, car cette équation ne correspond pas à une des formes d'équations vues en classe.
Matthieu dit qu'effectivement il a obtenu cette réponse en traçant la droite (AB), nommée d, avec le logiciel *Geogebra* et en regardant la fenêtre algèbre ci-contre.
Vérifier que l'équation proposée par le logiciel est équivalente à celle trouvée à la question **2a)**.



3. Déterminer, en justifiant, une équation de la droite d_1 parallèle à (AB) passant par C.

4. Déterminer, en justifiant, une équation de la droite (AD).

5. Tracer la droite d_2 d'équation $y=\frac{1}{3}x+3$.

6. **a)** Résoudre le système $\begin{cases}y=\frac{4}{3}x+6\\y=\frac{1}{3}x+3\end{cases}$.
b) Donner une interprétation graphique de la solution du système précédent.

Exercice 18 *Équations de droites et algorithme*

Soit d une droite d'équation réduite $y = mx + p$ ainsi que deux points $\mathrm{A}(x_{\mathrm{A}}\,;\, y_{\mathrm{A}})$ et $\mathrm{B}(x_{\mathrm{B}}\,;\, y_{\mathrm{B}})$ avec $x_{\mathrm{A}} \neq x_{\mathrm{B}}$.

On donne un algorithme incomplet, écrit en langage naturel et en langage Python, donnant la position relative des droites d et (AB).

Langage naturel

```
Lire m, p
Lire xA, yA, xB, yB
m2 ← …
Si m = m2 Alors
    Afficher « … »
Sinon
    Afficher « … »
Fin Si
```

1. Recopier et compléter tous les pointillés des algorithmes ***(si vous n'avez pas étudié Python, vous remplissez uniquement l'algorithme en langage naturel)***.

2. Programmer cet algorithme.

3. On donne $d : y = 3x + 8$, A(1 ; 2) et B(2 ; 3). Qu'affiche l'algorithme ?

4. On donne $d : y = 5 + 2x$, A(3 ; 6) et B(2 ; 8). Qu'affiche l'algorithme ?

5. On donne $d : y = 5$, A(− 5 ; 5), B(5 ; − 5) et C(5 ; 5).
A l'aide de l'algorithme, préciser :
   a) la position relative des droites d et (AB).
   b) la position relative des droites d et (AC).

Python

```python
def position(m,p,xA,yA,xB,yB):
    m2=...
    if m==m2:
        print("...")
    else:
        print("...")
```

Exercice 19 *Mise en équation et système*

À la boulangerie, Tom achète deux croissants et quatre pains au chocolat pour 6,90 €. Dans la même boulangerie, Rose paie 4,10 € pour un pain au chocolat et trois croissants. Gaëlle veut acheter neuf croissantes et sept pains au chocolat dans cette boulangerie.
Combien va-t-elle devoir payer ?