Exercices de mathématiques de fin de seconde pour préparer la rentrée en première

Cette partie est destinée à tous les élèves

Lecture graphique

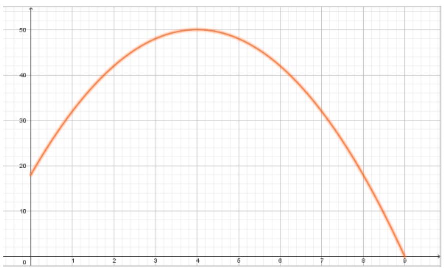
Exercice 1: ***Lecture graphique, généralités sur les fonctions***

On modélise la trajectoire d'une fusée de feu d'artifice par la fonction h.

h est la fonction qui exprime la hauteur (en mètre) de la fusée en fonction du temps (en seconde). La représentation graphique de h est l'arc de parabole représenté ci-contre.

La fusée explose 5 secondes après son lancement.

Par lecture graphique :



1) De quelle hauteur est lancée la fusée ?

2) A quelle hauteur, la fusée explose-t-elle ?

3) Donner le tableau de variations de h. Quelle hauteur maximale va-t-elle atteindre et en combien de temps?

4) Si la fusée n'avait pas explosé, combien de temps après son lancement serait-elle retombée au sol ?

Exercice 1 Fonctions affines

Les parties A , B , C et D sont indépendantes

PARTIE A

1) Déterminer, en justifiant, la fonction affine f telle que $f(1) = -2$ et $f(-2) = -11$.

2) En déduire $f(11)$

PARTIE B

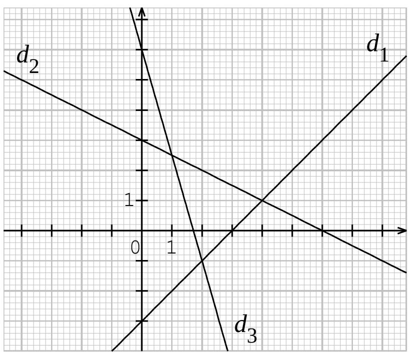
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 5$

1) Représenter cette fonction affine.

2) Déterminer son tableau de variations.

PARTIE C

A l'aide du graphique ci-contre, donner les solutions des systèmes suivants :



a) (S_1) : $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3 \\ y = x - 3 \end{cases}$

b) (S_2) : $\begin{cases} y = -\frac{7}{2}x + 6 \\ y = x - 3 \end{cases}$

c) (S_3) : $\begin{cases} y = -\frac{7}{2}x + 6 \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases}$

Calcul algébrique

Exercice 2: Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes

$A(x) = (x-4)(2-x)$ $\quad B(x) = (2x-1)(-3x+1)$

$C(x) = -2(x+3)(2x-4) + 3x$

$D(x) = (2-x^2)(3+x)$

Exercice 3: Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes à l'aide d'identités remarquables

$A(x) = (x+2)^2$ $\quad B(x) = (2x-1)^2$

$C(x) = \left(\frac{x}{2} - 2\right)\left(\frac{x}{2} + 2\right)$ $\quad D(x) = \left(3x + \frac{1}{4}\right)^2$

Exercice 4: Factoriser les expressions suivantes à l'aide d'identités remarquables.

$A(x) = 1 + 6x + 9x^2$ $\quad B(x) = 9x^2 - 36$

$F(x) = (3x-1)^2 - 25$

Exercice 5: Factoriser les expressions suivantes

$A(x) = (x-4)(2x+3) - (x-4)(x+5)$

$B(x) = (x-3)(2x+1) + (x-3)^2 + x - 3$

Ecrire les expressions suivantes avec une seule barre de fraction

$A(x) = \frac{1}{x+2} + 2$ $\quad B(x) = \frac{x}{2} - \frac{3}{x+1}$

Exercice 6: On modélise la trajectoire d'une fusée de feu d'artifice par la fonction h.

h est la fonction qui exprime la hauteur (en mètre) de la fusée en fonction du temps (en seconde). h est définie par :

$$h(t) = -2t^2 + 16t + 18$$

La fusée explose 5 secondes après son lancement.

1) En développant, montrer que h peut également s'écrire :

$h(t) = -2(t-4)^2 + 50$ ou $h(t) = -2(t-9)(t+1)$

2) En utilisant la forme la plus adaptée de h, calculer :

a) la hauteur à laquelle est lancée la fusée ,

b) la hauteur à laquelle la fusée explose,

c) la hauteur maximale atteinte et en combien de temps,

d) si la fusée n'avait pas explosé, le temps après son lancement au bout duquel la fusée serait retombée au sol.

Equation et inéquations

Exercice 7: Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

$(E_1): 2x+1>3$ $(E_2): 3x-2\leq 7$

$(E_3): -5x+\frac{1}{2}\geq 3$ $(E_4): 2-x<5$

Exercice 8: Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1. $x^2 = 25$
2. $5x+8 = 6-3x$
3. $(2x-3)(7-5x) = 0$
4. $x^2+5x = 0$
5. $7+4x \ \geq 2x-17$
6. $8x+\frac{1}{3} = 2$
7. $-6x+3 \ > 8x-2$

Exercice 9: Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivante (on se ramènera si nécessaire à un produit de facteur égal à zéro) :

$(E_1): (x+3)(2x-4) = 0$

$(E_2): (x+1)(x-6) = (x+1)(2x-7)$

$(E_3): (x-6)(2x+3)-2(x-6) = 0$

Exercice 10: Résoudre, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

$(E_1): \frac{1-x}{x}<0$ $(E_2): \frac{x-6}{7+x}\geq 0$

$(E_3): \frac{1-x}{x}+1>0$ $(E_4): \frac{x-6}{7+x}\leq -1$

$(E_3): \dfrac{(-6x+2)(x+7)}{x^2} > 0$

Exercice 11: Résoudre les systèmes suivants :

$(S_1): \begin{cases} 3x-4y=-6 \\ x+2y=8 \end{cases}$ $(S_2): \begin{cases} 4x+3y=2 \\ 3x+5y=7 \end{cases}$

$(S_3): \begin{cases} 3x+y=-1 \\ 2x+4=0 \end{cases}$ $(S_4): \begin{cases} -x+2y=3 \\ 3x-6y=-9 \end{cases}$

Cette partie est destinée principalement aux élèves qui prennent la spécialité mathématiques en première.

Equations de droites

Exercice 12: Equations cartésienne

Soit $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ un repère du plan, $A(1;2)$, $B(-1;3)$ et $C(2;2)$.

1) Donner une équation cartésienne de la droite (AB).
2) Donner une équation cartésienne de la droite (AC).
3) Donner une équation cartésienne de la droite passant par C et parallèle à (AB).
4) Donner une équation cartésienne de la droite passant par B et parallèle à l'axe des ordonnées.

Exercice 13: ***Equations de droites et système***

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse en justifiant.

(S) est le système $\begin{cases} 3x-2y-12=0 \\ 2x-7y+26=0 \end{cases}$

Affirmations :

1. Le couple $(10;9)$ vérifie la première équation.
2. Le couple $(10;9)$ est solution du système.
3. Le système (S) a une infinité de couples solutions.
4. Un couple $(8\ ;\ n)$ où n est un nombre entier, est l'unique solution du système.
5. Dans un repère orthonormé, les droites d'équations $3x-2y-12\ =\ 0$ et $2x-7y+26=0$ sont sécantes.

Exercice 14: Mise en équation et système

À la boulangerie, Tom achète deux croissants et quatre pains au chocolat pour 6,90 €. Dans la même boulangerie, Rose paie 4,10 € pour un pain au chocolat et trois croissants. Gaëlle veut acheter neuf croissantes et sept pains au chocolat dans cette boulangerie.

Combien va-t-elle devoir payer ?

Géométrie et repérage dans le plan

Exercice 15: Outil vectoriel

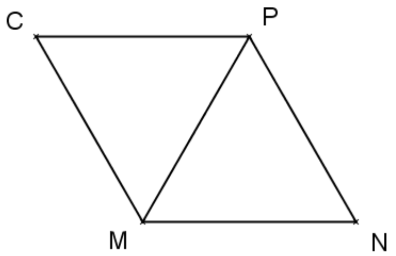
Compléter les phrases suivantes :

1) Si $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{OP}$ alors .... est un parallélogramme.
2) Si $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FH}$ alors F est .... du segment [EH].
3) Si $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$ alors les segments .... et .... ont le même milieu.
4) Si la translation qui transforme M en N transforme aussi R en S, alors $\overrightarrow{MR}$ = ...
5) Si $\overrightarrow{TU}$ et $\overrightarrow{WV}$ sont opposés, alors $\overrightarrow{VW}$ = ...

Exercice 16: Outil vectoriel

On complétera la construction sur la figure donnée ci-dessous en laissant apparents les traits de construction.

Soient MNP et MPC deux triangles équilatéraux.



1) Démontrer que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CP}$.
2) Construire les points D, E et F symétriques respectifs de N, P et C par rapport à M.
3) Démontrer que $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{EF}$.
4) Compléter les égalités suivantes en n'utilisant que des noms de points présents sur la figure :

a) $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MC} =$ .... **b)** $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{ME} =$ ....

c) $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MP} =$......... **d)** $\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{EM} =$ ....

Exercice 17:
Soit (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) un repère, on considère les points A (2 ; 3), B (7 ; 4) et C (12 ; 5).

Les points A, B et C sont-ils alignés ? (Justifier)

Exercice 18: outil vectoriel
Soit ABC un triangle. On considère le point D tel que ABDC soit un parallélogramme et E tel que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

1) Faire une figure.
2) Démontrer que C, D et E sont alignés.
3) Démontrer que (BE) // (AD).

Exercice 19: Outil vectoriel
On considère un carré OBCD.

1) Construire les point E et F tels que :
 $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.
2) On pose $\vec{i} = \overrightarrow{OB}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{OD}$ puis on se place dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
 a) Donner les coordonnées de O, B, D et C dans ce repère.
 b) Calculer les coordonnées de E et F dans $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 c) Démontrer que $\overrightarrow{OE}$ et $\overrightarrow{OF}$ sont colinéaires.
 d) Que peut-on en déduire ?

Equations de droites

Exercice 20: Dans chaque cas, donner la réponse exacte.
Dans un repère orthonormé, d est la droite d'équation $-7x - 2y - 10 = 0$.

1) La droite d passe par le point de coordonnées :
 a) (5 ; 0) b) (0 ; 5) c) $\left(0\,;-\frac{10}{7}\right)$ d) $\left(-\frac{10}{7}\,;0\right)$
2) Les coordonnées d'un vecteur directeur de d sont :
 a) (−7;−2) b) (-2 ;-7) c) (2 ;-7) d) (2 ;7)
3) La pente (ou le coefficient directeur) de d est :
 a) $y = \frac{-2}{7}x - \frac{10}{7}$ c) $y = -\frac{7}{2}x - 5$
 b) $y = -\frac{7}{2}x - 10$ d) $2y = -7x - 10$
4) Une autre équation cartésienne de d est :
 a) $7x + 2y - 10 = 0$ c) $-2x - 7y - 10 = 0$
 b) $14x + 4y + 20 = 0$ d) $-7x - 2y = 0$

Exercice 21: Dans chaque cas, donner la (ou les) réponse(s) exacte(s) sans justifier.
Dans un repère orthonormé, d_1 : $-3x - 5y + 36 = 0$ et d_2 : $6x + 10y - 20 = 0$ sont deux droites.

(S) est le système $\begin{cases} -3x - 5y + 36 = 0 \\ 6x + 10y - 20 = 0 \end{cases}$.

1) un point de d_1 est
 a) $A\left(0;\frac{35}{5}\right)$ b) $B\left(5;\frac{21}{5}\right)$ c) $C(-7;11)$ d) $D(-3;9)$
2) un vecteur directeur de d_2 est
 a) $\overrightarrow{u_1}(1\,;-0{,}6)$ c) $\overrightarrow{u_3}(100;-6)$
 b) $\overrightarrow{u_2}(5;-3)$ d) $\overrightarrow{u_4}(15;-9)$
3) le système (S)
 a) n'a aucun couple solution
 b) a un seul couple solution
 c) a deux couples solutions
 d) a une infinité de couples solutions
4) les droites d_1 et d_2 sont
 a) strictement parallèles
 b) confondues
 c) sécantes

Programmation et langage Python

Exercice 22: On donne les trois fonction en Python suivante :

```
def pour(n) :
  x=2
  for i in range(n) :
    x=x+i
  return x
```

```
def si(valeur) :
  if valeur>7 :
    valeur=valeur-7
  else :
    valeur=valeur+7
  return 2*valeur
```

```
def tantque(x) :
  x=0
  while x**2<x :
    x=x+1
  return x
```

Que renvoient les expressions suivantes :
 a) pour(3)
 b) si(4) puis si(9)
 c) tantque(9)