	Classe(s) : Date : / /	REINVESTISSEMENT en vue de la Terminale S
Matière	MATHEMATIQUES	Durée de l'épreuve :
Professeur		Nombre de page(s) : __/__
Document(s) autorisé(s)s		☐ Calculatrice autorisée

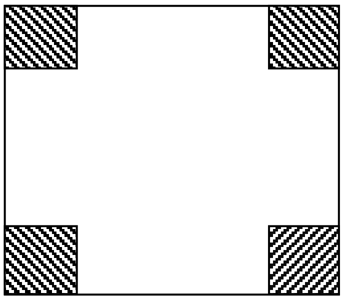
Exercice 1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$- {2} par f(x) = $\frac{-2x}{x-2}$. On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f.

1) Calculer f ' (x).
2) Soit A le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse a (a appartenant à $\mathbb{R}$- {2}). Déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}$ au point A, en fonction de a.
3) Existe-t-il un ou plusieurs points de $\mathcal{C}$ pour lequel la tangente est parallèle à la droite D d'équation y= x ? Si oui, déterminer alors l'équation de cette ou de ces tangentes.

Exercice 2 :

On considère un carré de 24 cm de coté dans lequel on veut fabriquer une boîte. Pour ce faire, on enlève aux quatre coins un petit carré de coté x cm et on construit la boite avec ce qui reste en repliant les rectangles des bords ainsi obtenus.



1) Quelles sont les valeurs possibles de x ?
2) Exprimer en fonction de x le volume V(x) de la boite.
3) On considère la fonction V définie sur [0 ;12] par :

V(x) = $4x^3 - 96x^2 + 576x$

a) Calculer V ' (x)
b) Etudier le signe de V '(x) sur [0 ;12] et en déduire la tableau de variation de V sur [0 ;12].
c) Déterminer la valeur de x pour que le volume de la boite soit maximal. Donner ce volume.

Exercice 3 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

f(x) = $(x-1)^2(x+1)$.

On appelle C_f sa courbe représentative

Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.

On appelle T la tangente à C_f au point A de C_f d'abscisse $\frac{1}{3}$.

a) Déterminer une équation de T

b) Etudier le signe de $d(x) = f(x) - \left(-\frac{4}{3}x + \frac{28}{27}\right)$ en fonction de x. Penser à développer $\left(x - \frac{1}{3}\right)^3$

c) En déduire la position relative de C_f par rapport à T.

Exercice 4 :

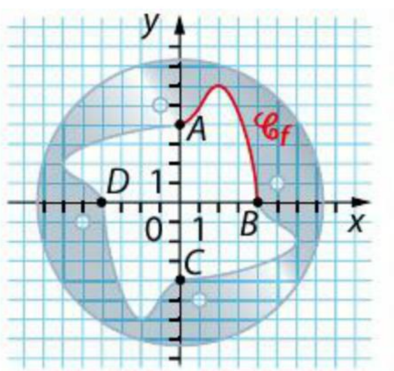
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$

Encadrer le plus précisément possible $f(x)$ lorsque :

a) x appartient à[-3 ; -1] b) x appartient à [0,5 ; 2]

Exercice 5 :

Un disque de frein peut être une pièce circulaire dans laquelle on a évidé une partie centrale comme sur le schéma donné ci-dessous :



Le contour de l'évidement entre les points A et B est modélisé par la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ;4] par :

$f(x) = -\frac{3}{8}x^3 + \frac{5}{4}x^2 + a$

où a est un nombre réel.

1) Sachant que $\mathscr{C}$ passe par le point A(0 ;4), déterminer la valeur de a. Vérifier par le calcul que $\mathscr{C}$ passe par le point B(4 ;0)

2) Déterminer le maximum de f sur [0 ;4].

En déduire l'espacement maximum entre le contour de l'évidement entre A et B ,et l'axe des abscisses.

Exercice 6 :

Soit(u_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2+3u_n}$

1. Calculer u_1 et u_2.
2. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Justifier
3. On suppose que pour tout entier naturel n, $u_n \neq 0$ et on définit la suite (v_n) par $v_n = \frac{1}{u_n}$
   a. Montrer que la suite (v_n) est arithmétique de raison $q = \frac{3}{2}$
   b. Donner l'expression de v_n en fonction n.
   c. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
4. Etudier la monotonie de la suite (u_n).
5. Conjecturer la limite de la suite (u_n).

Exercice 7 :

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :

$u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n$.

1. Soit (r_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $r_n = u_{n+1} - 3u_n$.

   Montrer que la suite (r_n) est géométrique et déterminer sa raison et son premier terme.

2. En déduire l'expression de r_n en fonction de n.

Exercice 8 :

Soit la suite u définie sur N par : $u_0 = 10$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = 1 + \frac{2}{u_n}$.

Soit la suite v définie pour tout entier n par :

$v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 1}$.

1) Calculer les quatre premiers termes de la suite v. Que peut-on conjecturer ?
2) Exprimer, pour tout entier n, v_{n+1} en fonction de v_n .
3) Donner l'expression du terme général de la suite v
4) En déduire l'expression du terme général de la suite u.

Exercice 9:

On définit la suite u par $u_0 = 1$ et pour tout n entier naturel, $u_{n+1} = u_n + \left(\frac{2}{3}\right)^n$

1) La suite u est-elle géométrique ? Justifier
2) Etudier les variations de la suite u.
3) On pose, pour tout n appartenant à N, $v_n =, u_{n+1} - u_n$ Démontrer que la suite v est géométrique de raison $\frac{2}{3}$.
4) Calculer $S_n = v_0 + v_1 + v_2 \ldots\ldots\ldots + v_n$ en fonction de n
5) En déduire l'expression de u_{n+1} puis de u_n en fonction de n.

Exercice 10:

Une subvention de 116 610 € est octroyée pour la recherche d'une nappe souterraine repérée par un spécialiste dans un désert.
Une entreprise donne l'estimation du coût de forage: le forage du 1er mètre coûte 130€; le forage du deuxième mètre coûte 52€ de plus que celui du premier mètre; le forage du troisième mètre coûte 52€ de plus que celui du deuxième mètre...
Plus généralement le forage de chaque mètre supplémentaire coûte 52€ de plus que celui du mètre précédent.
Pour tout entier $n \geq 1$, on note:
- u_n le coût du forage du n-ième mètre en euros;
-S_n le coût de forage de n mètres en euros.
1) Préciser la nature de la suite *u*. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
2) Démontrer que pour tout entier $n \geq 1$,
$S_n = 26n^2 + 104n$
3) Quelle profondeur maximale, en mètres, peut-on forer avec la subvention allouée? Justifier soigneusement.

Exercice ***11:*** (Lille juin 2013)
Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35% des plants proviennent de l'horticulteur H_1, 25% de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3.
Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des arbres à feuilles.
La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 80% de conifère alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 50% et celle de l'horticulteur H_3 seulement 30%.

1) Le gérant de la jardinerie choisit un arbre au hasard dans son stock.

On envisage les évènements suivants :

- H_1 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_1 »,
- H_2 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_2 »,

- H_3 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_3 »,
- C : « l'arbre choisi est un conifère »,
- F : « l'arbre choisi est un arbre feuillu ».

a) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
b) Calculer la probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H_3 »,
c) Justifier que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,525.

2) on choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.

a) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
b) Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères ? On arrondira à 10^{-3}.
c) Quelle est la probabilité que cet échantillon prélevé comporte au moins deux arbres feuillus ? On arrondira à 10^{-3}.

Exercice ***12:***
Dans un repère orthonormé (0, **Erreur !**, **Erreur !**) d'unité graphique 1 cm, on donne les points A(-1 ;2),
B(1 ; 3) et C(3 ;- 1). Placer les points sur une figure.

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
2) Déterminer une équation de son cercle circonscrit $\mathcal{C}$. Préciser les coordonnées de son centre K et son rayon.
3) Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}$ en A.
4) Soit H le projeté orthogonal de B sur la droite (AC). Sans chercher à déterminer les coordonnées du point H dans (0, **Erreur !**, **Erreur !**), établir les relations :

Erreur ! .**Erreur !** = **Erreur !** ^{2} = AH x AC.
En déduire que AH= 1 et HK = 1,5.

5) Déterminer la nature de l'ensemble (E) des points M du plan qui vérifient **Erreur !** .**Erreur !** = 5 .

Représenter (E) sur la figure.