Exercices de révisions en mathématiques pour passer en première S

Exercice 1 ***Fonctions affines***

Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A

1) Déterminer, en justifiant, la fonction affine f telle que $f(1) = -2$ et $f(-2) = -11$.

2) Représenter cette fonction affine.

3) Déterminer son tableau de variations.

4) Déterminer son tableau de signes.

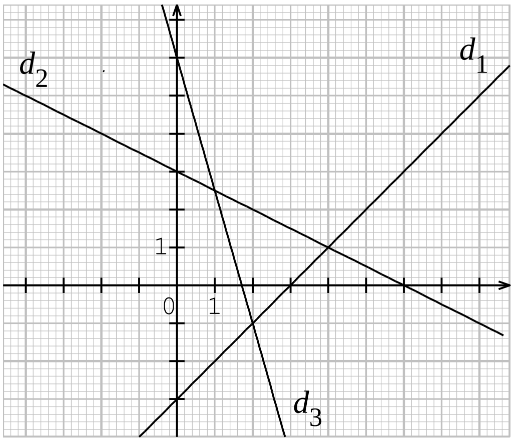
PARTIE B

A l'aide du graphique ci-contre, donner les solutions des systèmes suivants :

a) $(S_1) : \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3 \\ y = x - 3 \end{cases}$

b) $(S_2) : \begin{cases} y = -\frac{7}{2}x + 6 \\ y = x - 3 \end{cases}$

c) $(S_3) : \begin{cases} y = -\frac{7}{2}x + 6 \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases}$



Exercice 2 ***Résolution d'équations***

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $4(x-1)^2 = 9$ **b)** $(2x+5)^2 = 3(1-x)(2x+5)$

Exercice 3 ***Résolutions d'inéquations***

1. a) Factoriser l'expression : $A(x) = 25x^2 - 9$.

b) En déduire la résolution de l'inéquation : $25x^2 - 9 < 5x - 3$.

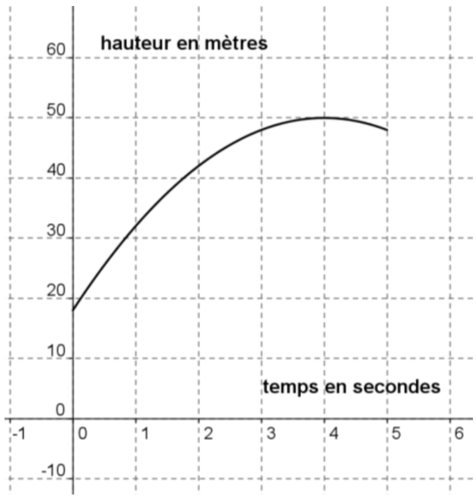
2. Résoudre l'inéquation : $\dfrac{3x}{x-1} \geq 4$.

Exercice 4 ***Modélisation à partir d'une fonction du second degré***

On modélise la trajectoire d'une fusée de feu d'artifice par l'arc de parabole représenté ci- contre.
La fusée explose 5 secondes après son lancement.

On note h la fonction qui exprime la hauteur de la fusée en fonction du temps dont les trois formes sont données ci –dessous.

Forme développée	$h(t) = -2t^2 + 16t + 18$
Forme canonique	$h(t) = -2(t-4)^2 + 50$
Forme factorisée	$h(t) = -2(t-9)(t+1)$



1) Vérifier les résultats donnés par le logiciel de calcul formel.

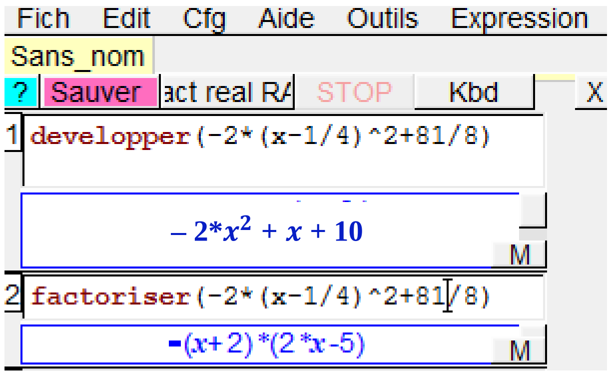
2) De quelle hauteur est lancée la fusée ? (justifier)

3) Donner le tableau de variations de h. Quelle hauteur maximale va-t-elle atteindre ?

4) Si la fusée n'avait pas explosé, combien de temps après son lancement serait-elle retombée au sol ?

Exercice 5 *Fonction du second degré, résolution d'équations et inéquations*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{81}{8}$.
$\mathcal{P}$ est sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

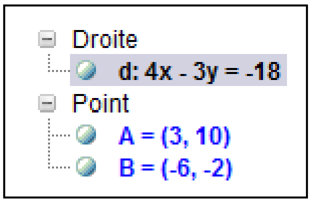


1. Justifier que f est une fonction polynôme du second degré.
2. L'écran ci-contre a été obtenu avec le logiciel de calcul formel Xcas. En utilisant la forme la mieux adaptée de $f(x)$, répondre aux questions suivantes :
   a) En quel point $\mathcal{P}$ coupe-t-elle l'axe des ordonnées ?
   b) En quels points $\mathcal{P}$ coupe-t-elle l'axe des abscisses ?
   c) Déterminer les antécédents de 10 par f.
   d) Quel est le sens de variation de la fonction f ?
3. On considère g la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 + 4x - 8$.
   a) Montrer, que pour tout réel x, on a l'égalité : $f(x) - g(x) = -3(x-2)(x+3)$.
   b) Déterminer, par le calcul, l'abscisse des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g.
   c) Déterminer, par le calcul, la position relative des courbes représentatives des fonctions f et g.

Exercice 6 *Equations de droites et système*

On se place dans un repère $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et on considère les points A(3 ; 10) , B(– 6 ; – 2) , C(– 3 ; 6) et D(3 ; – 2).

1. Faire une figure que vous compléterez au fur et à mesure de l'exercice.
2. **a)** Déterminer, par le calcul, l'équation réduite de la droite (AB).
   b) En devoir à la maison, le professeur a demandé une équation de la droite (AB).
   Matthieu est interrogé et propose comme équation $4x - 3y = -18$.
   Le professeur lui dit que c'est juste mais que ce n'est pas lui qui a fait les calculs, car cette équation ne correspond pas à une des formes d'équations vues en classe.
   Matthieu dit qu'effectivement il a obtenu cette réponse en traçant la droite (AB), nommée d, avec le logiciel *Geogebra* et en regardant la fenêtre algèbre ci-contre.
   Vérifier que l'équation proposée par le logiciel est équivalente à celle trouvée à la question **1a)**.



3. Déterminer, en justifiant, une équation de la droite d_1 parallèle à (AB) passant par C.
4. Déterminer, en justifiant, une équation de la droite (AD).
5. Tracer la droite d_2 d'équation $y = \frac{1}{3}x + 3$.
6. **a)** Résoudre le système $\begin{cases} y = \frac{4}{3}x + 6 \\ y = \frac{1}{3}x + 3 \end{cases}$.
   b) Donner une interprétation graphique de la solution du système précédent.

Exercice 7 *Outil vectoriel*

Compléter les phrases suivantes :

a) Si $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{OP}$ alors ……………… est un parallélogramme.

b) Si $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FH}$ alors F est …………………… du segment [EH].

c) Si $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$ alors les segments ………… et ………… ont le même milieu.

d) Si la translation qui transforme M en N transforme aussi R en S, alors $\overrightarrow{MR}$ = …………

e) Si $\overrightarrow{TU}$ et $\overrightarrow{WV}$ sont opposés, alors $\overrightarrow{VW}$ = …………

Exercice 8 ***Outil vectoriel***

On complétera la construction sur la figure donnée ci-dessous en laissant apparents les traits de construction.

Soient MNP et MPC deux triangles équilatéraux.

1. Démontrer que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CP}$.

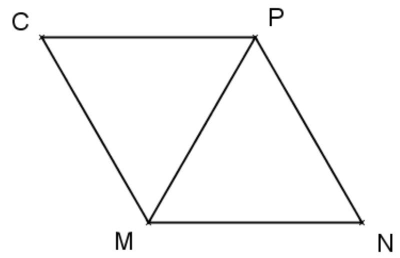
2. Construire les points D, E et F symétriques respectifs de N, P et C par rapport à M.

3. Démontrer que $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{EF}$.

4. Compléter les égalités suivantes en n'utilisant que des noms de points présents sur la figure :

a) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MC} =$ …………… **b)** $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{ME} =$ ……………

c) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} =$ …………… **d)** $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{EM} =$ ……………



Exercice 9 ***Outil vectoriel***

Soit ABC un triangle. On considère le point D tel que ABDC soit un parallélogramme et E tel que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

1) Faire une figure.

2) Démontrer que C, D et E sont alignés.

3) Démontrer que (BE) // (AD).

Exercice 10

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère, on considère les points A (2 ; 3), B (7 ; 4) et C (12 ; 5).
Les points A , B et C sont-ils alignés ? (justifier)

Exercice 11 ***Outil vectoriel***

On considère un carré OBCD.

1) Construire les point E et F tels que $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

2) On pose $\vec{i} = \overrightarrow{OB}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{OD}$ puis on se place dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

a) Donner les coordonnées de O, B, D et C dans $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

b) Calculer les coordonnées de E et F dans $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

c) Démontrer que $\overrightarrow{OE}$ et $\overrightarrow{OF}$ sont colinéaires.

d) Que peut-on en déduire ?

Exercice 12 ***Trigonométrie***

x est un nombre de l'intervalle $I = \left[\frac{\pi}{2} ; \pi\right]$ tel que $\sin x = \frac{1}{3}$.

1. Démontrer que $(\cos x)^2 = \frac{8}{9}$.

2. **a)** Coloriez l'arc du cercle trigonométrique où sont situés les points M associés aux nombres de l'intervalle I.

b) Quel est alors le signe de $\cos x$?

c) Déduisez-en la valeur exacte de $\cos x$.

Exercice 13 ***Trigonométrie***

1. Calculer les expressions suivantes : $A = \cos\frac{\pi}{3} + \sin\frac{5\pi}{6}$ $B = \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{5\pi}{6}}$ $C = \cos^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)$
2. On considère un reel x associé à un angle. Démontrer les formules suivantes :
   a) $(\cos x + \sin x)^2 = 1 + 2\cos x \sin x$.
   b) $\cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$.

Exercice 14 ***Trigonométrie***

En utilisant le cercle trigonométrique et les angles remarquables, résoudre graphiquement l'équation et l'inéquation suivantes : **a)** $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $x \in [-\pi\,;\pi]$ **b)** $\sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $x \in [0\,;2\pi]$.

Exercice 15 ***Probabilités***

Une étudiante fabrique chaque semaine un petit stock de 500 bijoux fantaisie qu'elle vend en fin de semaine.
Sa production hebdomadaire se répartit comme suit : 20 % de boucles d'oreilles, 40 % de colliers et 40 % de bracelets.
Chaque bijou est réalisé soit en métal argenté, soit en métal doré. 60 % des bijoux fabriqués sont argentés.
Elle fabrique autant de colliers argentés que de colliers dorés. 75 % des bracelets sont argentés.

1. Compléter le tableau suivant :

	colliers	**bracelets**	**boucles d'oreilles**	**total**
argentés				
dorés				
total				500

2. Pour se rendre à son lieu de vente, elle range sa production en vrac dans sa mallette. Elle prend au hasard un bijou dans sa mallette. On suppose que tous les choix sont équiprobables.
   Calculer la probabilité des événements suivants :
   a) A : « le bijou pris est argenté »
   b) B : « le bijou pris est un bracelet »
3. **a)** Que représente l'événement $A \cap B$. ? Calculer sa probabilité.
   c) Que représente l'événement $A \cup B$. ? Calculer sa probabilité.
   d) Que représente l'événement $\overline{A}$? Calculer sa probabilité.

Exercice 16 ***Statistiques***

Une entreprise artisanale fabrique chaque jour 250 pièces de tissu. Leur longueur est inégale, suivant la qualité du tissu ou l'équipe chargé de sa fabrication.
La production d'une journée peut être résumée par le tableau statistique suivant :

Longueur (en m)	[20 ; 24[	[24 ; 26[	[26 ; 28[	[28 ; 30[	[30 ;32]
Nombre de pièces	40	70	45	45	50

1) **a)** Quelle est la population étudiée ? le caractère étudié ?
   b) Quelle est la nature de ce caractère ?
   c) Quelle est son étendue ?
2) Déterminer la moyenne de cette série statistique (à 0,1 prés).
3) Dresser un histogramme de cette série en justifiant la construction
4) **a)** Calculer les fréquences cumulées croissantes.
   b) Représenter sur papier millimétré le polygone des fréquences cumulées croissantes.
   c) En déduire graphiquement la médiane et les quartiles à 0,1 m près *(laissez vos traits de lecture apparents)*
   d) Interpréter les résultats obtenus à la question **4c)**.
5) Déterminer graphiquement le pourcentage de pièces de tissu dont la longueur en m est :
   a) inférieure à 29 m ; **b)** supérieure à 25 m.